

# ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

лекция четвертая

# ТРИ ГРУППЫ ЭКОНОМИСТОВ

- 1. Рассматривающие эконометрику, как алхимию**
- 2. Верящие в традиционный подход**
- 3. Ратующие за пересмотр положений комиссии Коуэлла**

# ТИПЫ ДАННЫХ

- **Cross-sectional (пространственные)**

Наблюдения, собранные в один момент  
времени по различным объектам  
(фирмы, индивиды, страны... *etc.*)

# ТИПЫ ДАННЫХ

- **Time series (временные ряды)**

Наблюдения, собранные об одном объекте в различные моменты времени

**(GDP, Unemployted,... *etc.*)**

# ТИПЫ ДАННЫХ

- **"Mixed": Panel data, longitudinal data**

**(Смешанный тип данных)**

Наблюдения, собранные

о нескольких объектах

на протяжении нескольких периодов времени

**(RLMS и т.п....)**

# ТИПЫ МОДЕЛЕЙ

В зависимости от типа данных, а так же от целей исследования и моделирования выбирается та или иная форма эконометрической модели

## Main Types of Models: Examples

### 1. Single Equation Models

#### a) Static

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

or 
$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

#### b) Dynamic

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

### 2. Recursive System

$$\begin{cases} y_{1t} = \alpha_1 + \alpha_2 x_t + \alpha_3 z_t + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = \beta_1 + \beta_2 x_t + \beta_3 y_{1t} + \varepsilon_{2t} \end{cases}, \text{corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = 0$$

### 3. Interrelated Equations

$$\begin{cases} y_t = \alpha_1 + \alpha_2 x_t + \alpha_3 z_t + \varepsilon_{1t} \\ x_t = \beta_1 + \beta_2 y_t + \beta_3 z_t + \varepsilon_{2t} \end{cases}, \text{corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = 0$$

If in 2. or in 3.  $\text{corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) \neq 0$  - model is

**MISSPECIFIED**

#### 4. Fully Unrelated Equations

$$\begin{cases} y_t = \alpha_1 + \alpha_2 x_{1t} + \alpha_3 x_{2t} + \varepsilon_{1t} \\ z_t = \beta_1 + \beta_2 x_{1t} + \beta_3 x_{2t} + \varepsilon_{2t} \end{cases}, \text{corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = 0$$

#### 5. Seemingly Unrelated Equations

$$\begin{cases} y_t = \alpha_1 + \alpha_2 x_{1t} + \alpha_3 x_{2t} + \varepsilon_{1t} \\ z_t = \beta_1 + \beta_2 x_{1t} + \beta_3 x_{2t} + \varepsilon_{2t} \end{cases}, \text{corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) \neq 0$$

#### 6. Vector Autoregressive (VAR) – special case of Seemingly Unrelated Equations

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-2} \\ y_{t-2} \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

# ПРИМЕРЫ

## ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

### Модель спроса и предложения

$$\begin{cases} q^D = \beta_1 P + \beta_2 I + \beta_3 + \varepsilon^D \\ q^S = \beta_4 P + \beta_5 r + \beta_6 + \varepsilon^S \\ q^D = q^S \end{cases}$$

### Простая линейная макроэкономическая модель

$$\begin{cases} C_t = \beta_1 Y_t + \beta_2 s + \beta_3 + \varepsilon^C \\ I_t = \beta_4 Y_t + \beta_5 Y_{t-1} + \beta_6 t + \beta_7 r + \varepsilon^I \\ Y = G_t + C_t + I_t \end{cases}$$

# ВИДЫ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ПЕРЕМЕННЫМИ

**1. Функциональные:**  $Y = f(X)$ .

Имеют место при исследовании связей  
между неслучайными переменными.

**Такие связи в эконометрике НЕ рассматриваются.**

# ВИДЫ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ПЕРЕМЕННЫМИ

## 2. Статистические:

Изменение одной из величин влечет изменение закона  
распределения другой

(доход – потребление, цена – спрос и т.д.).

# ВИДЫ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ПЕРЕМЕННЫМИ

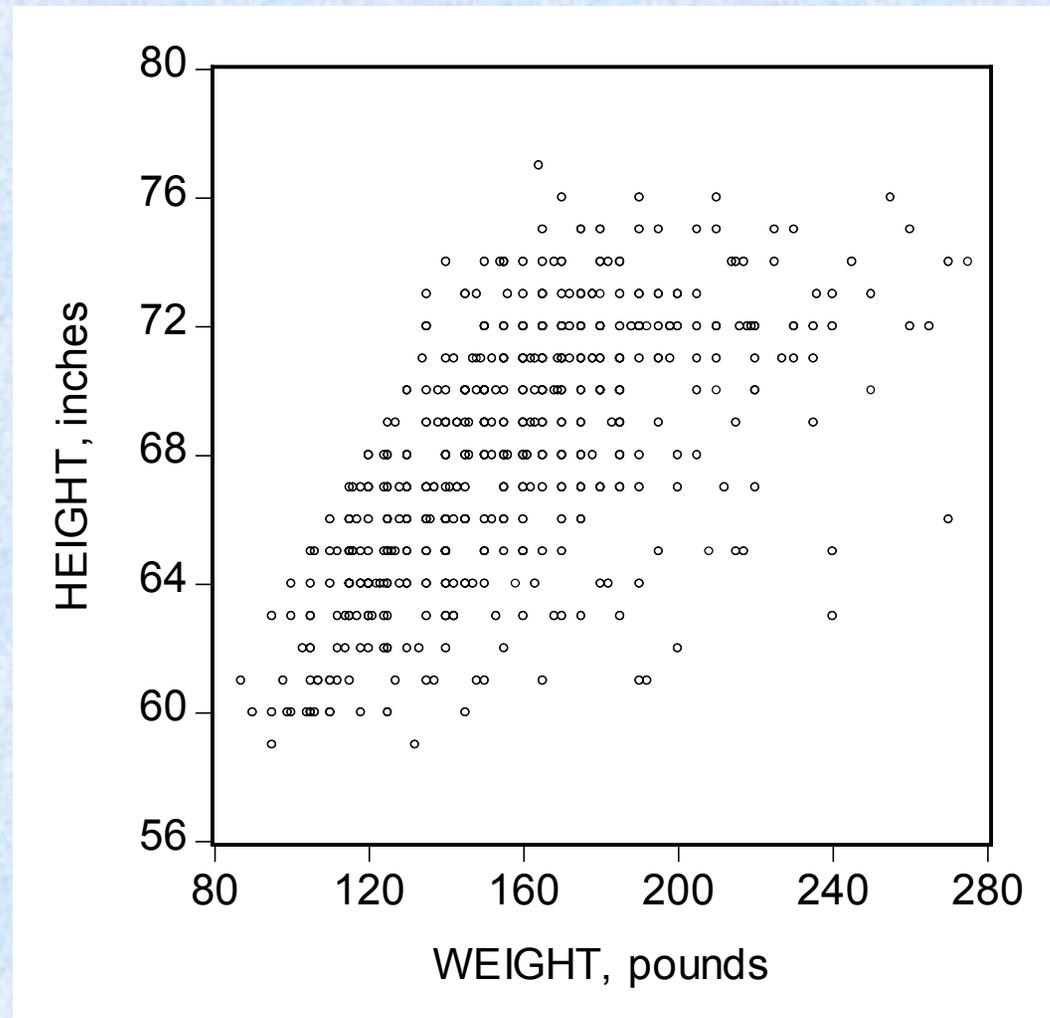
## 2.a) Корреляционные:

При изменении **среднего** значения одной из величин изменяется **среднее** значение другой (связь между переменными не носит направленного характера)

$$E[Y|X = x] = E_x[Y] = \varphi(x), E[X|Y = y] = E_y[X] = \psi(y),$$

где  $E[Y|X = x]$  – м. о. случайной величины  $Y$ , вычисленное при условии, что случайная величина  $X$  приняла значение  $x$ ,  $\varphi(x) \neq \text{const}$ ,  $\psi(y) \neq \text{const}$ .

# Пример корреляционной зависимости



# ВИДЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

## 2. б) Регрессионные:

Односторонняя зависимость среднего значения случайной величины  $Y$  от одной  $X$  или нескольких  $X_1, \dots, X_m$  случайных или детерминированных величин.

$E[Y | X_1 = x_1, \dots, X_m = x_m] = E_x[Y] = \varphi(\mathbf{x})$ , где

$E[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$  – м. о. случайной величины  $Y$ , вычисленное при условии, что случайная величина  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_m)$  приняла значение  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)$ ,  $\varphi(\mathbf{x}) \neq \text{const}$ .

# РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

- Регрессионный анализ – наиболее часто используемый инструмент в эконометрике.
- Регрессионный анализ представляет собой анализ форм связи, устанавливающих количественные соотношения между случайными величинами изучаемого случайного процесса.

# РЕГРЕССИЯ

***Регрессия*** – функциональная зависимость между **объясняющими переменными** и **условным математическим ожиданием** (средним значением) зависимой переменной, которая строится с целью прогнозирования этого среднего значения при фиксированных значениях объясняющих переменных.

# РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ

$E_x[Y] = \varphi(X)$  – **парная регрессия**

$E_x[Y] = \varphi(X_1, \dots, X_m)$  – **множественная регрессия**

где  $\varphi(X) \neq const$

$X$  – объясняющая, входная, предсказывающая, экзогенная, неслучайная переменная, фактор, регрессор, факторный признак.

$Y$  – зависимая, объясняемая, выходная, результирующая, эндогенная, случайная переменная, результирующий признак.

# ПРИРОДА РЕГРЕССОРОВ

$$Y \approx g(X)$$

$Y$  - уровень ВВП в текущем году – объясняемая (эндогенная)

$X_1=1$  константа (среднее) - экзогенная, детерминированная  
неуправляемая

$X_2=G$  гос. расходы- экзогенная, детерминированная , управляемая

$X_3=t$  время (тренд) - экзогенная, детерминированная,  
неуправляемая

$X_4=s$  – квартал – сезонная, экзогенная, детерминированная,  
неуправляемая

$X_5=r$  осадки- экзогенная, недетерминированная (с.в.),  
неуправляемая

$X_6=Y_{-1}$  уровень ВВП в прошлом году – эндогенная, неуправляемая,  
недетерминированная, но predetermined

$X_7=I_{-1}$  уровень инвестиций в прошлом году – экзогенная,  
недетерминированная, неуправляемая

# ПРИМЕР

## множественная регрессия

- Мы хотим определить связь между потреблением, доходом семьи, финансовыми активами семьи и размером семьи.
- $y$  – потребительские расходы.
- $x_1$  – доход семьи  
(экзогенная, недетерминированная, неуправляемая).
- $x_2$  – финансовые активы семьи  
(экзогенная, детерминированная, управляемая).
- $x_3$  – размер семьи  
(экзогенная, детерминированная, неуправляемая).

# РЕГРЕССИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

$Y = E[Y/x] + \varepsilon = \varphi(x) + \varepsilon$  – уравнение парной регрессии,

$Y = E[Y/x_1, \dots, x_m] + \varepsilon = \varphi(x_1, \dots, x_m) + \varepsilon$  – уравнение множественной регрессии,

где  $\varepsilon$  – **случайный фактор (остаток)**, обусловленный многими причинами.

В зависимости от вида функции  $\varphi(x)$  модели по переменным делятся на

**линейные и нелинейные по набору регрессоров.**

# ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОШИБКИ

- Эконометрический закон - связь между **СРЕДНИМ** значением объясняемой переменной и регрессорами (Population Regression Function -PRF):

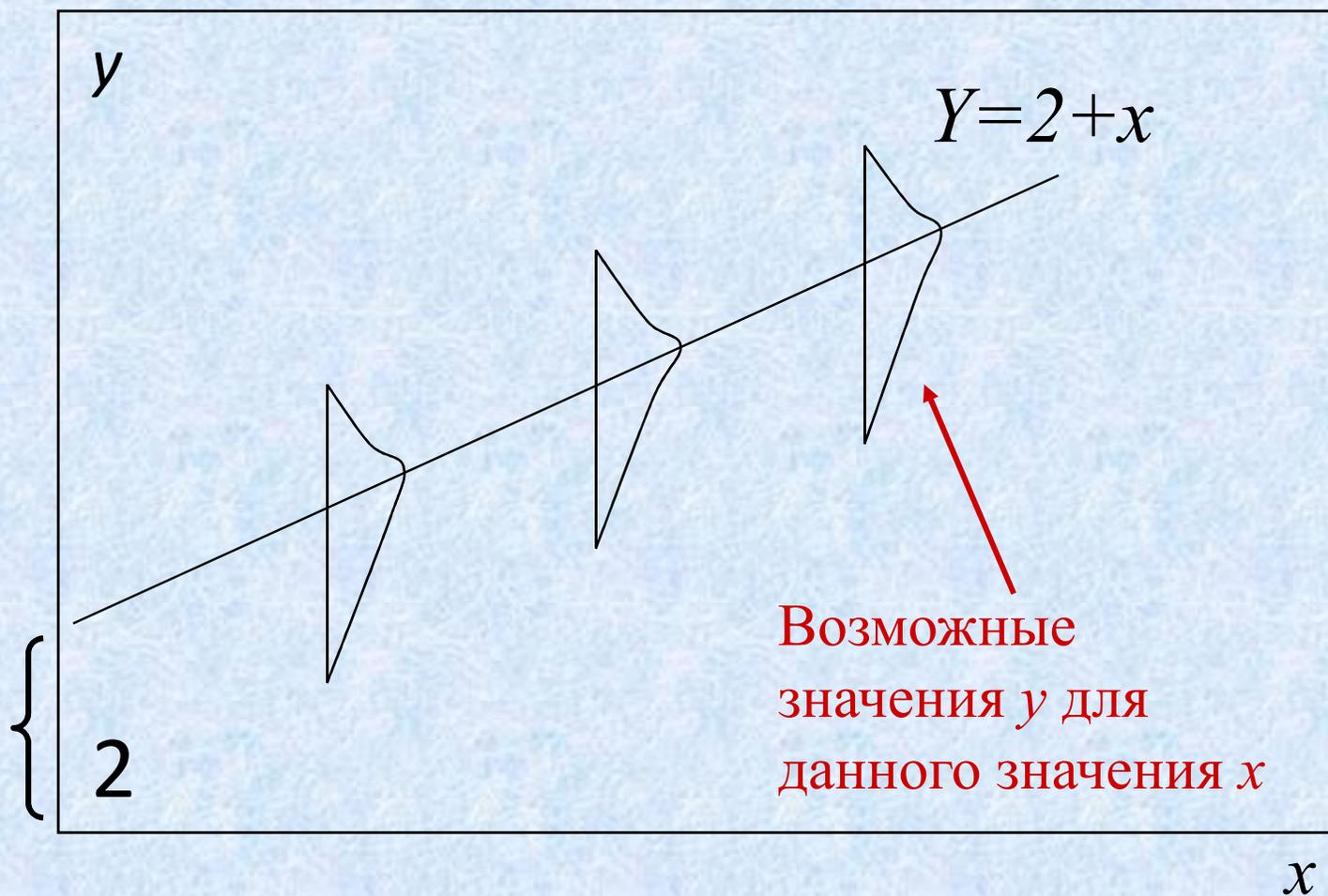
$$E(Y|X) = F(X); \quad Y = F(X) + u$$

- Пропущены важные влияющие регрессоры
- Присутствуют чисто стохастические факторы
- Модель строится в соответствии с принципом «бритвы Оккама»

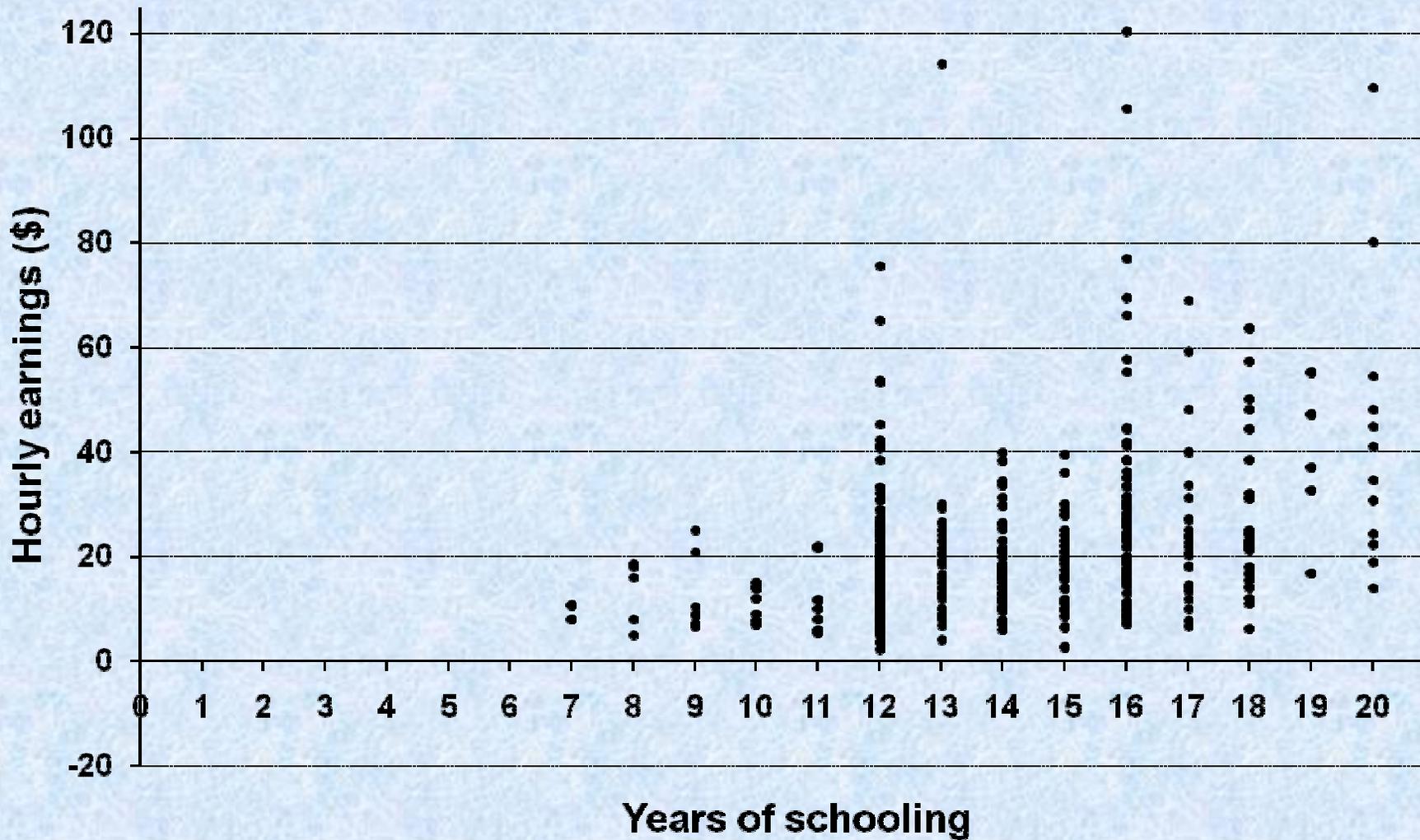
# ПРИЧИНЫ ОБЯЗАТЕЛЬНОГО ПРИСУТСТВИЯ СЛУЧАЙНОГО ФАКТОРА

1. Невключение в модель всех необходимых объясняющих переменных.
2. Неправильный выбор функциональной формы модели.
3. Агрегирование переменных (факторы представляют собой комбинацию других переменных).
4. Ошибки измерений.
5. Ограниченность статистических данных.
6. Непредсказуемость человеческого фактора.

# УСЛОВНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЯСНЯЕМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ



# УСЛОВНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЯСНЯЕМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ



# МОДЕЛЬ ПАРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

**Теоретическая** парная линейная  
регрессионная модель:

$$y_i = \mathbf{E}[Y / X = x_i] + \varepsilon_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

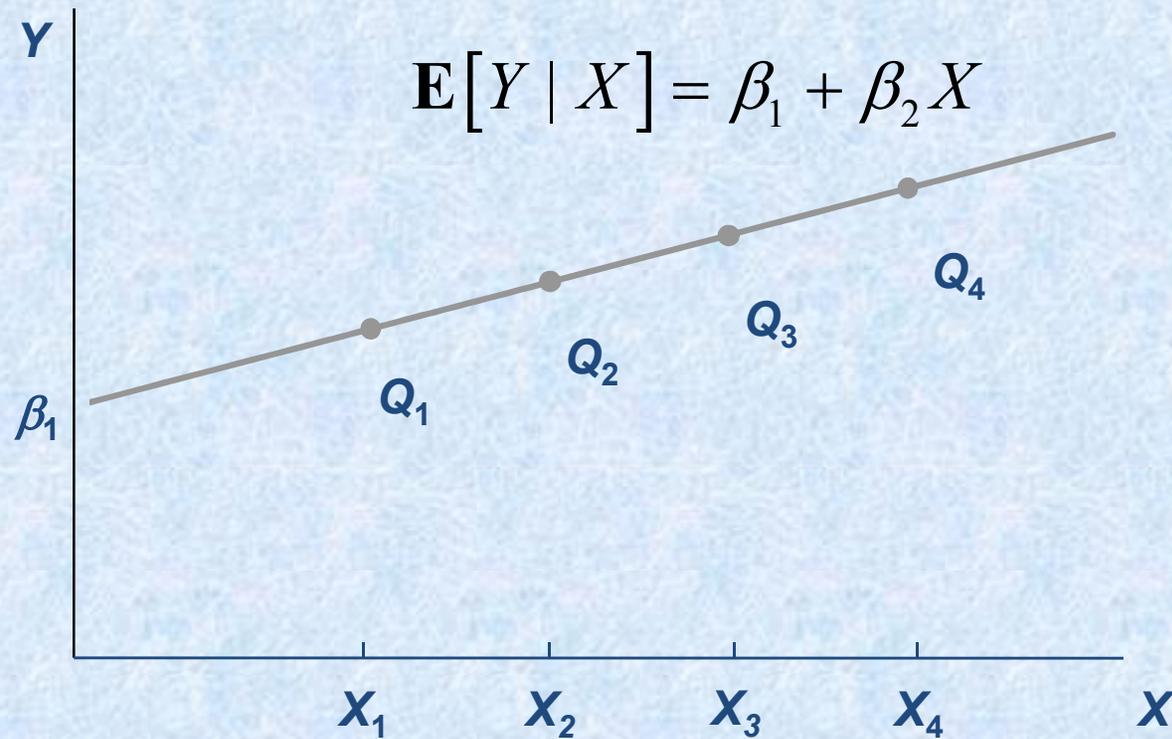
где  $\beta_0, \beta_1$  – теоретические коэффициенты регрессии,

$\varepsilon_i$  – случайное отклонение.

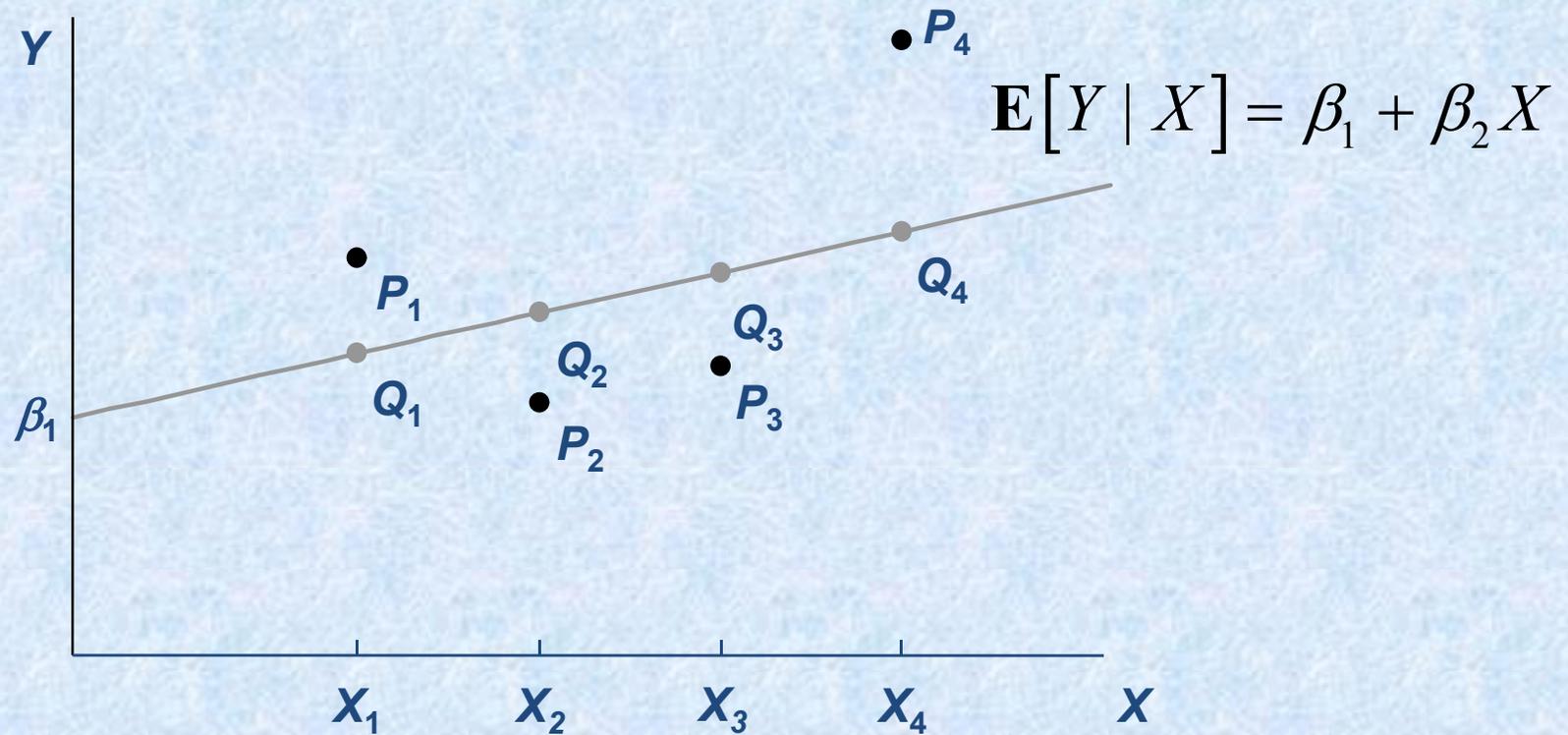
В общем (**векторном**) виде теоретическую парную линейную регрессионную модель будем представлять в виде:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

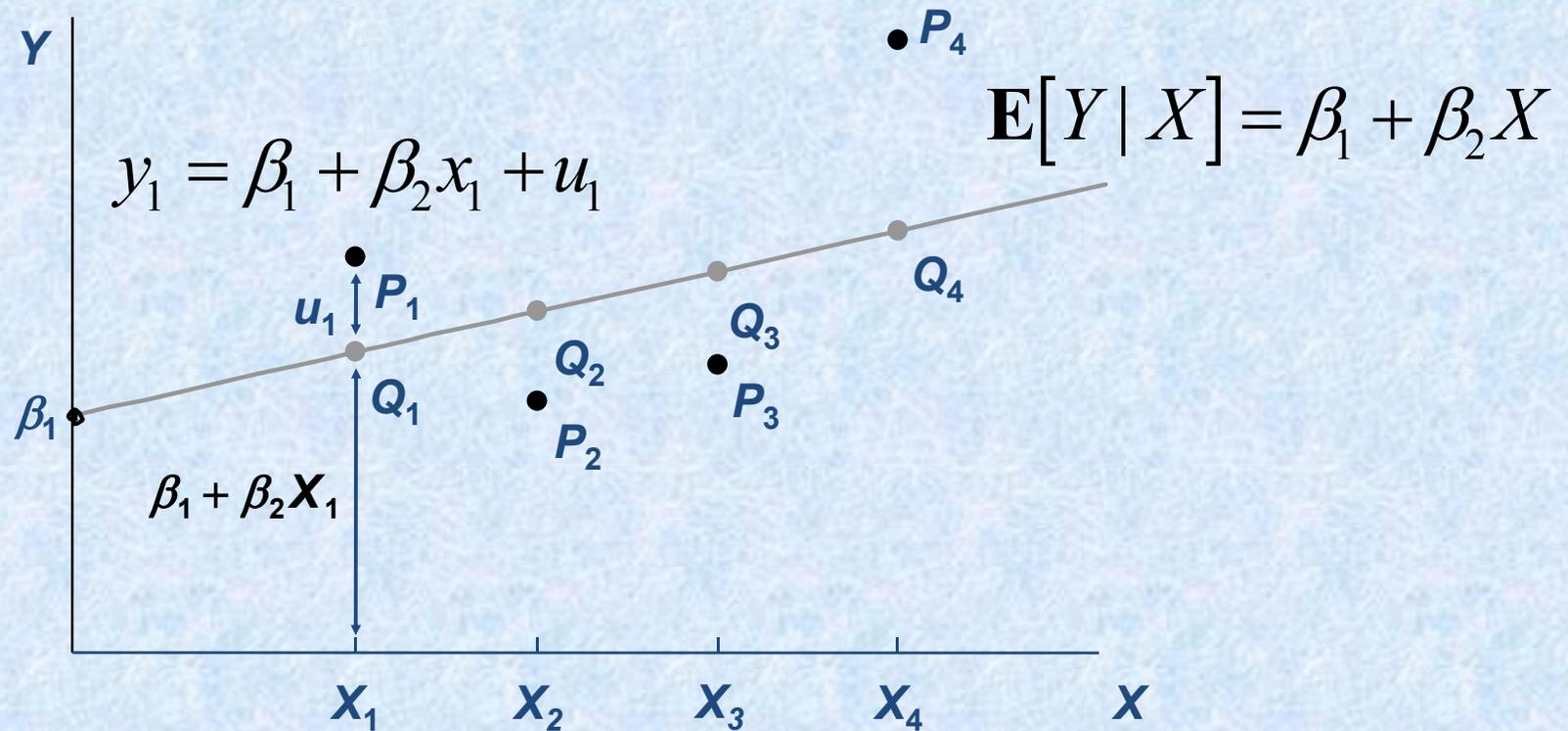
# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ



# ПАРНАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

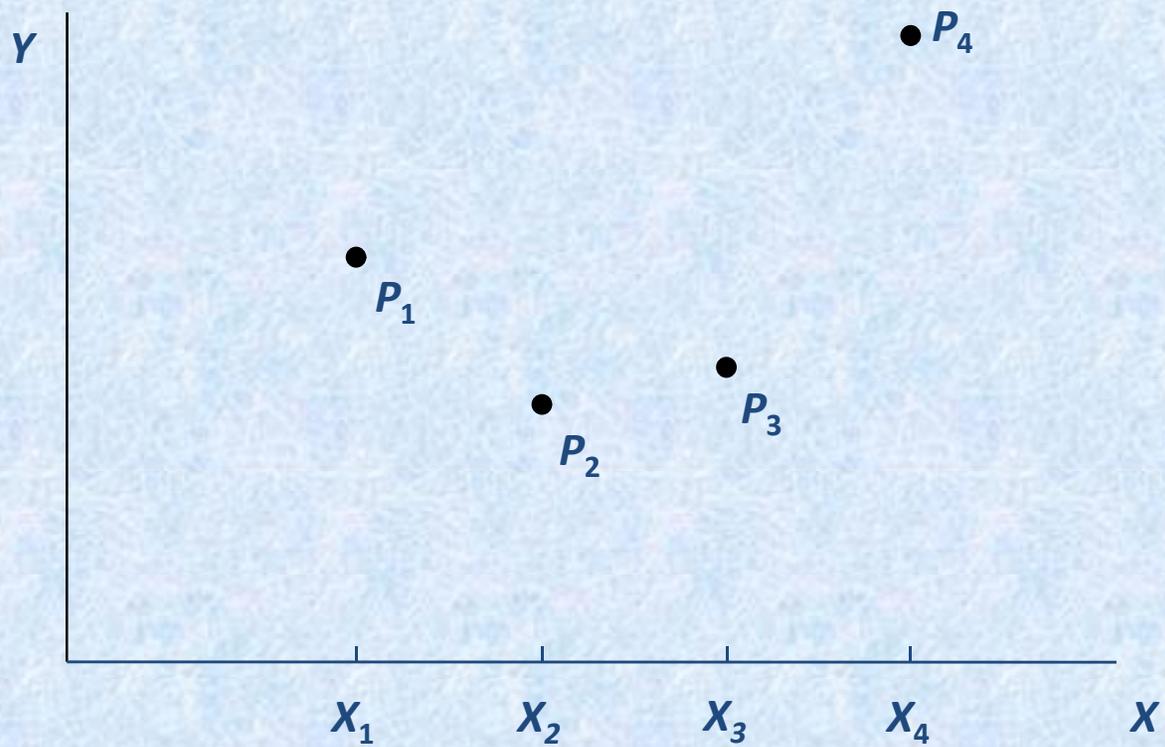


# ПАРНАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ



$$\mathbf{Y} = \mathbf{E}[Y | X] + \mathbf{u} = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

# НАБЛЮДАЕМЫЕ ЗНАЧЕНИЯ



# ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

**Задачи** линейного регрессионного анализа состоят в том, чтобы по имеющимся статистическим данным  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , для переменных  $X$  и  $Y$ :

- а) получить наилучшие оценки параметров  $\beta_0$  и  $\beta_1$ ;
- б) проверить статистические гипотезы о параметрах модели;
- в) проверить, адекватность модели данным наблюдений.

# ЭМПИРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ РЕГРЕССИИ

По выборке ограниченного объема нельзя точно определить теоретические значения  $\beta_0$  и  $\beta_1$ .

Можно лишь построить

***эмпирическое уравнение регрессии:***

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$$

$\hat{y}_i$  - оценка условного мат. ож.  $\mathbf{E}[Y | X = x_i]$

$b_0, b_1$  - оценки параметров  $\beta_0, \beta_1$

(эмпирические коэффициенты регрессии)

# ЭМПИРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ РЕГРЕССИИ

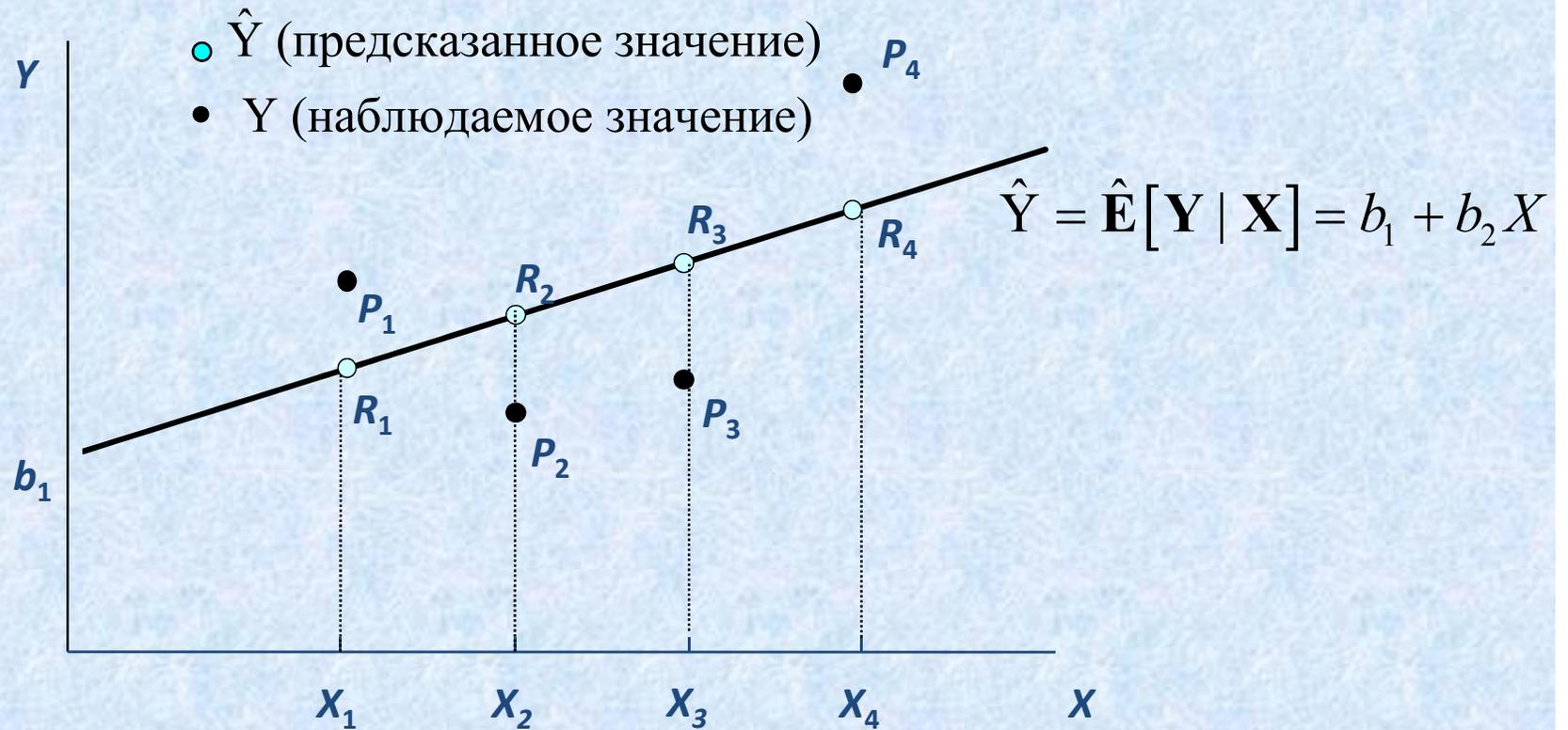
В результате имеем:  $y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i$

где  $e_i$  – оценка теоретического случайного отклонения  $\varepsilon_i$ .

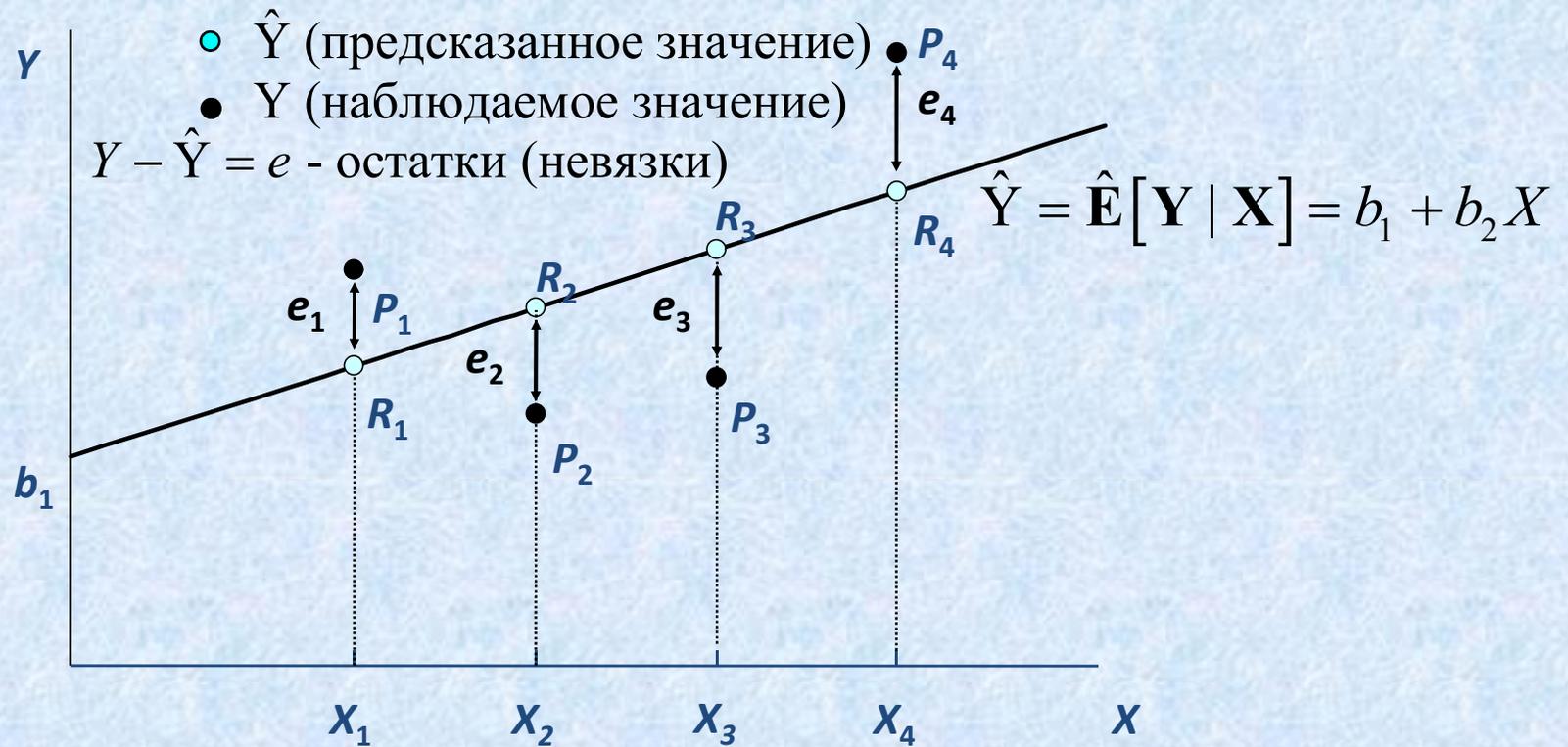
Оценки  $b_0$  и  $b_1$  отличаются от истинных значений  $\beta_0$  и  $\beta_1$ , что приводит к несовпадению эмпирической и теоретической линий регрессии.

По различным выборкам из одной и той же генеральной совокупности получают разные значения оценок коэффициентов регрессии.

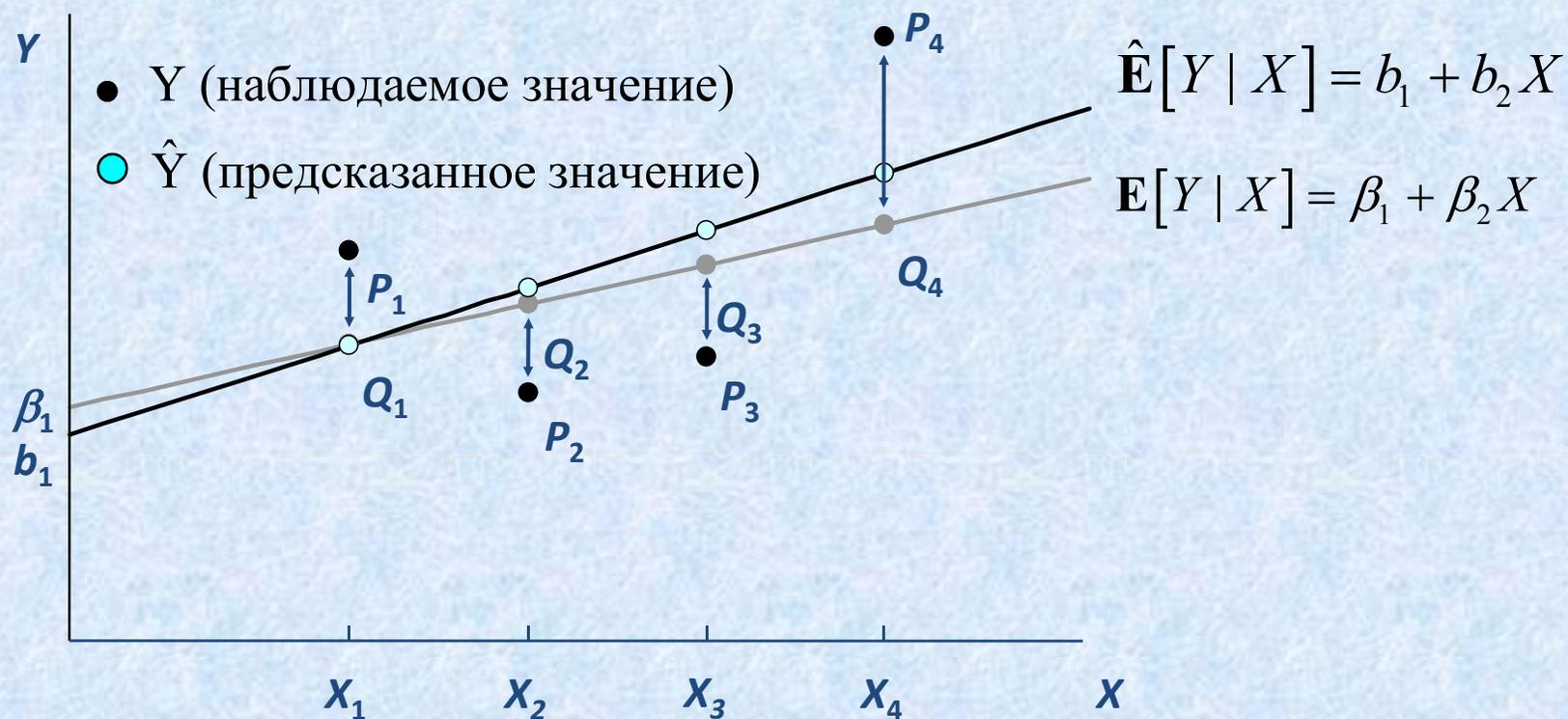
# ПАРНАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ



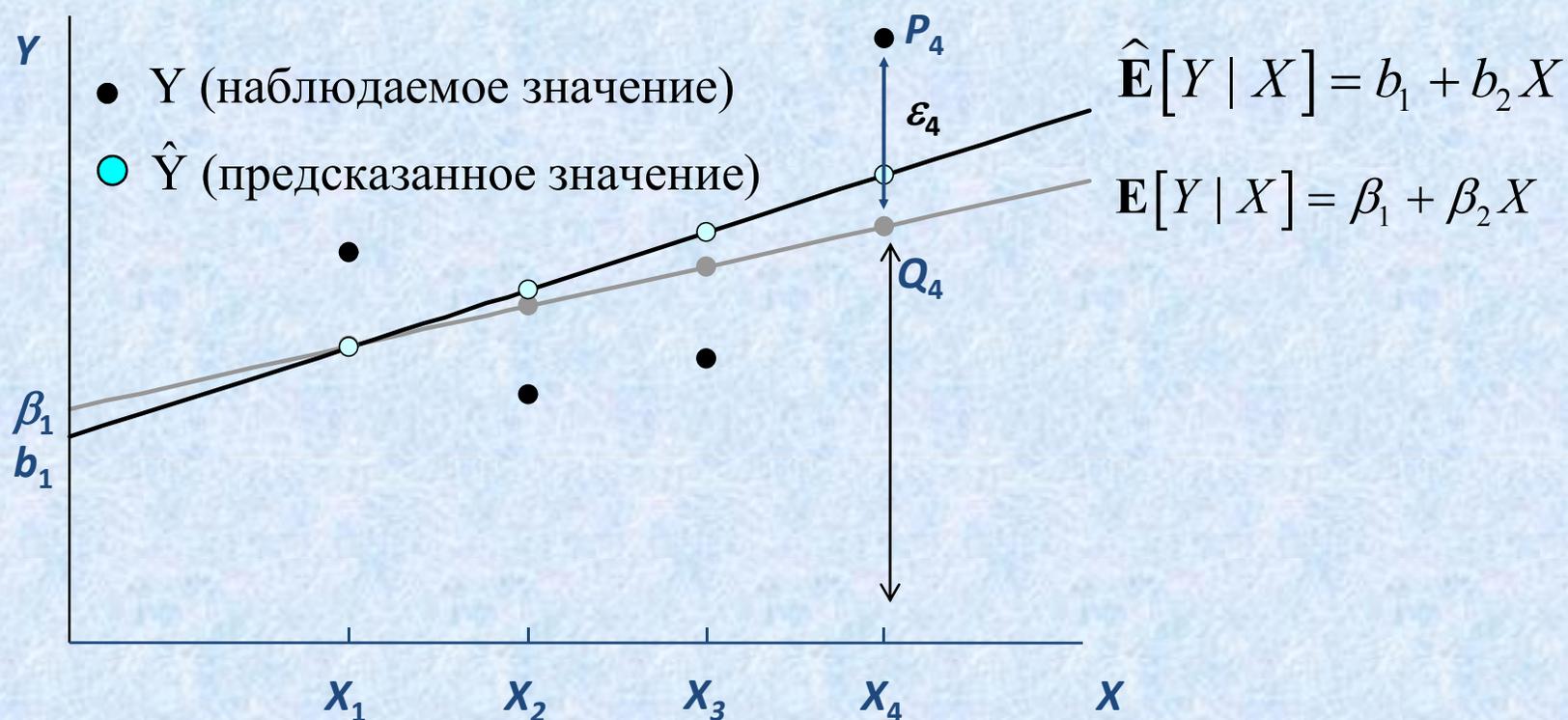
# ПАРНАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ



# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭМПИРИЧЕСКАЯ ЛИНИИ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ

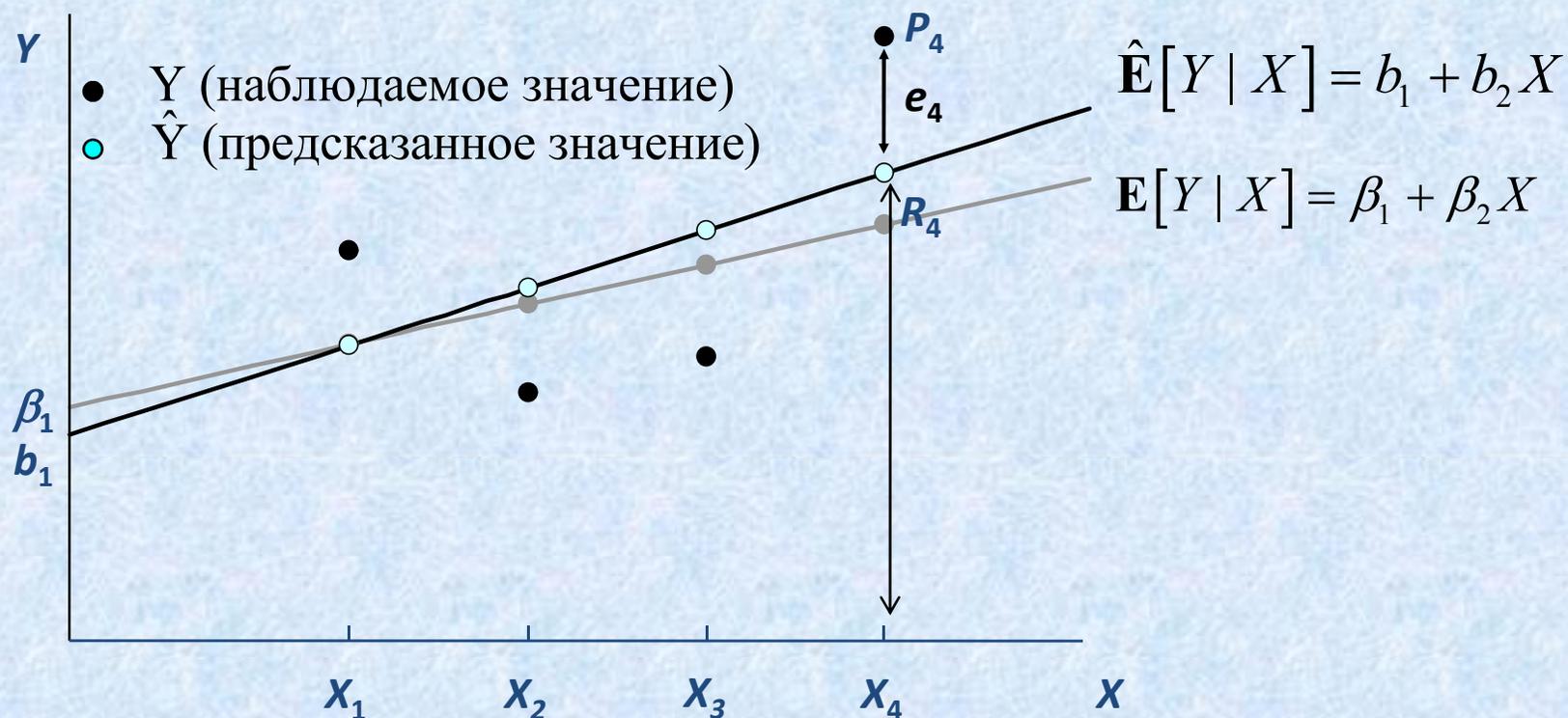


# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭМПИРИЧЕСКАЯ ЛИНИИ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ



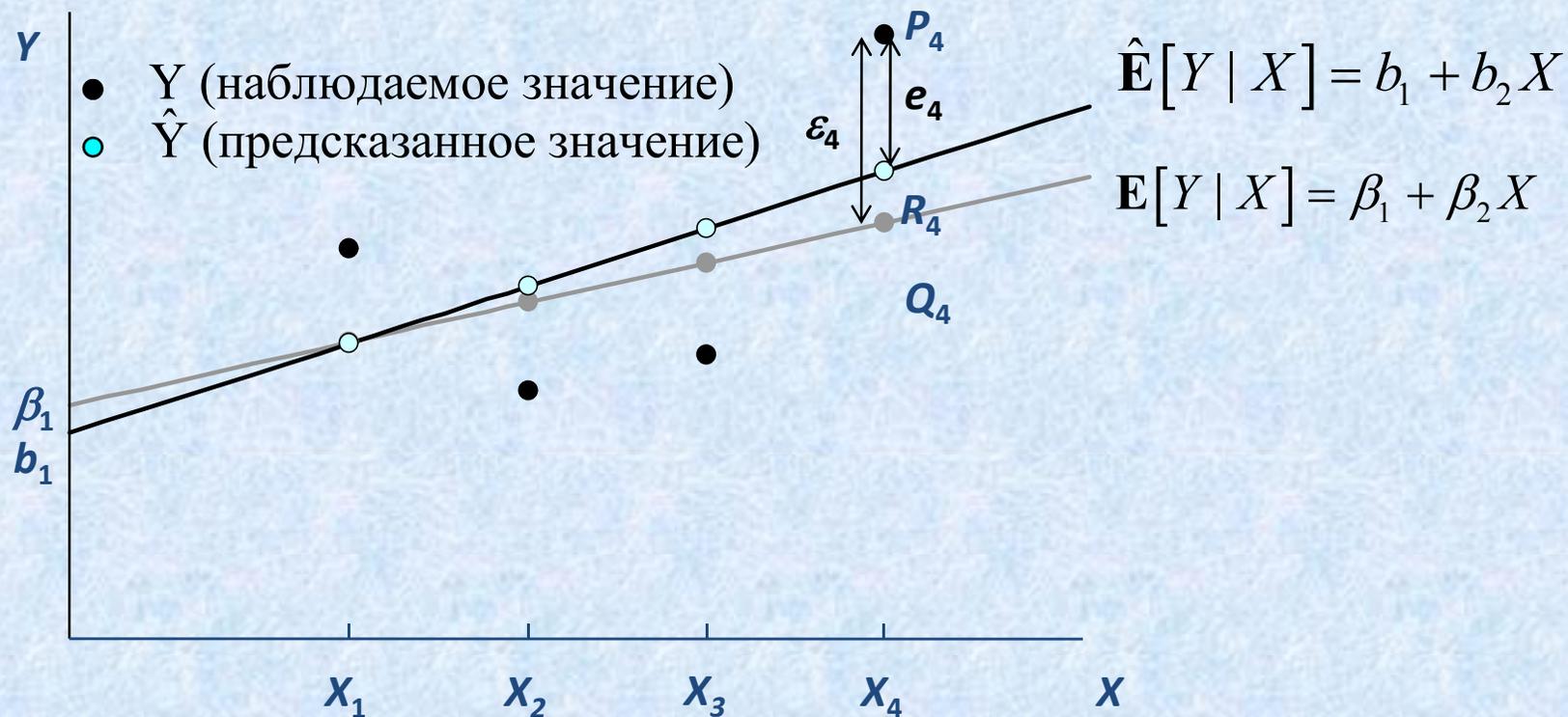
**ОШИБКИ** – это разность между  
теоретическим и наблюдаемым значением

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭМПИРИЧЕСКАЯ ЛИНИИ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ



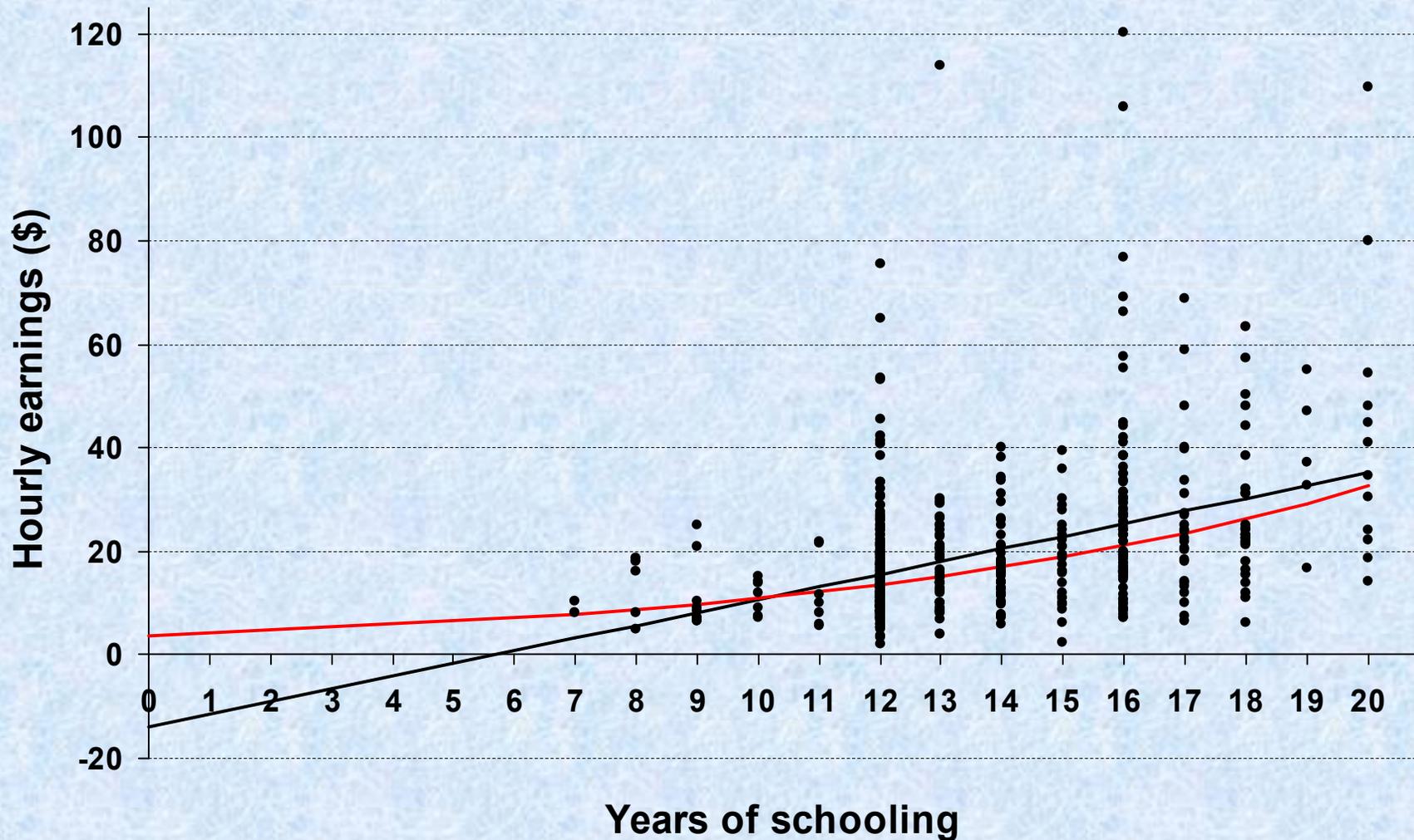
**ОСТАТКИ**— это разность между  
предсказанным и наблюдаемым значением

# теоретическая и эмпирическая линии парной регрессии



Соотношение между теоретическим и эмпирическим уравнениями регрессии

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭМПИРИЧЕСКАЯ ЛИНИИ РЕГРЕССИИ



# ПРИМЕРЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ

## 1. ПАРИТЕТ ПОКУПАТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ (теорема PPP)

По данным CPI и обменного курса DM/\$ за 1980-1994 гг для США и Германии построена регрессия обменного курса  $Y$  (GM/\$) на отношение индексов потребительских цен (относительные цены)  $X=US\_CPI/Ge\_CPI$ :

$$\hat{Y}_t = 6.682 - 4.318X_t$$

Рост относительных цен США переключает спрос американцев на импортные товары, поэтому растет спрос на DM. Что и отражает регрессия - рост цен на 1 пункт снижает обменный курс на 4.32 GM/\$

# ПРИМЕРЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ

## 2. OKUN'S LAW

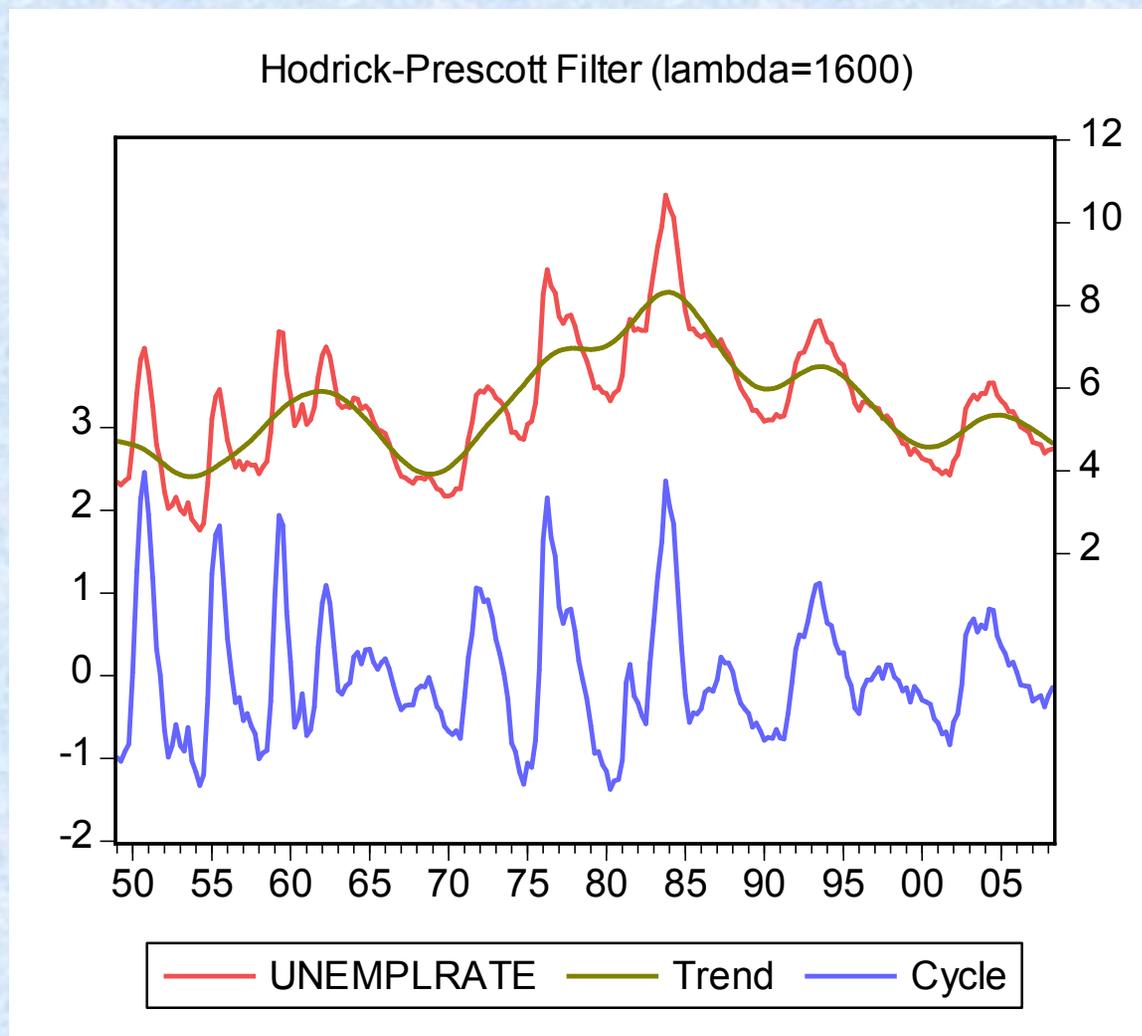
Артур Оукен (Brookings Institution), председатель президентского совета США по экономике на основе данных 1947-1960 гг получил регрессию отклонения доли безработных от естественного уровня  $\Delta u$  в зависимости от темпа роста реального ВВП,  $\delta Y$ :

$$\Delta u_t = 1 - 0.4\delta Y_t = -0.4(\delta Y_t - 2.5)$$

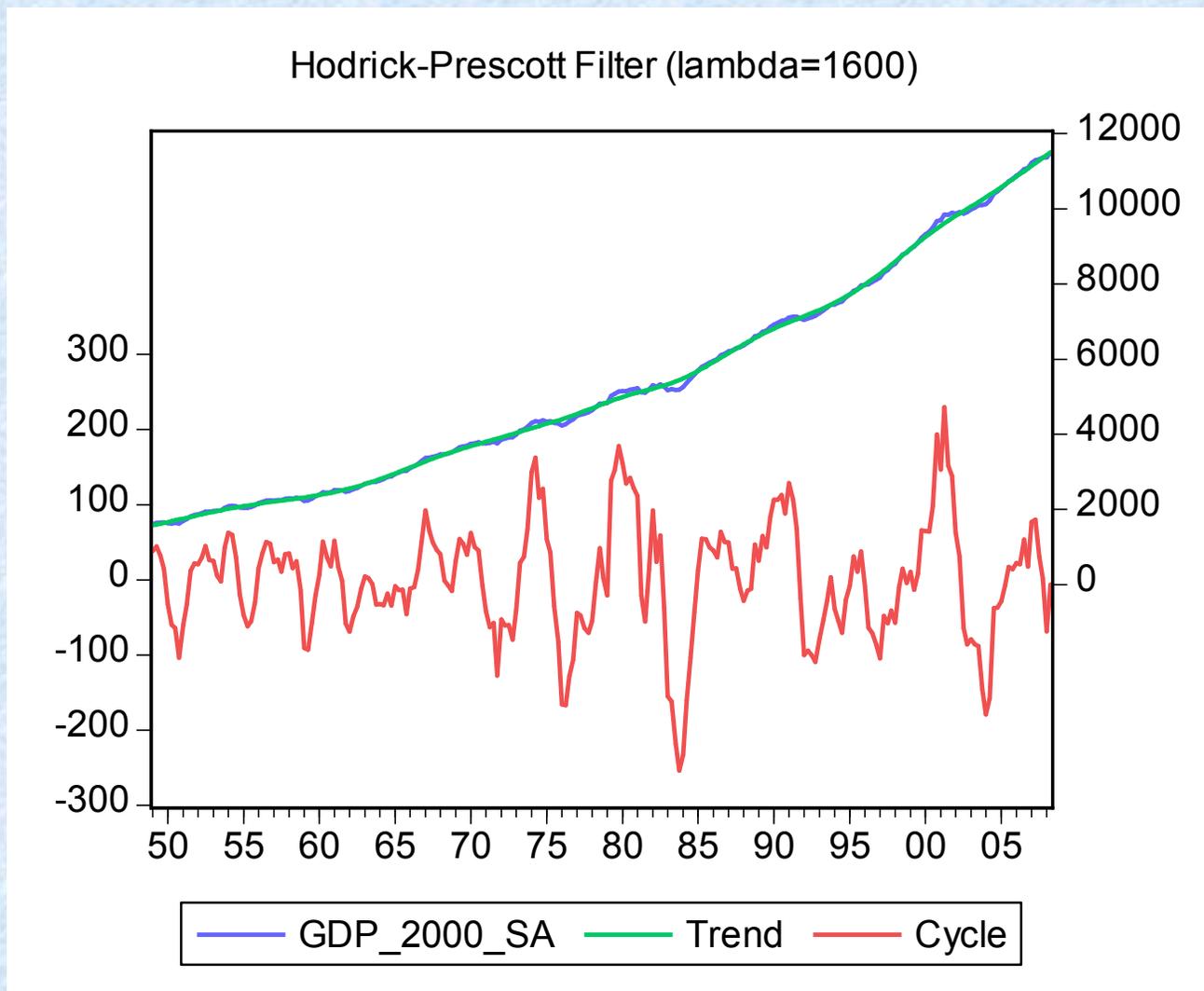
2.5 – долгосрочный темп роста экономики США

Превышение текущего темпа роста над долгосрочным на 1 процентный пункт снижает уровень безработицы на 0.4 процентных пункта

# примеры интерпретации эконометрического оценивания



# примеры интерпретации эконометрического оценивания



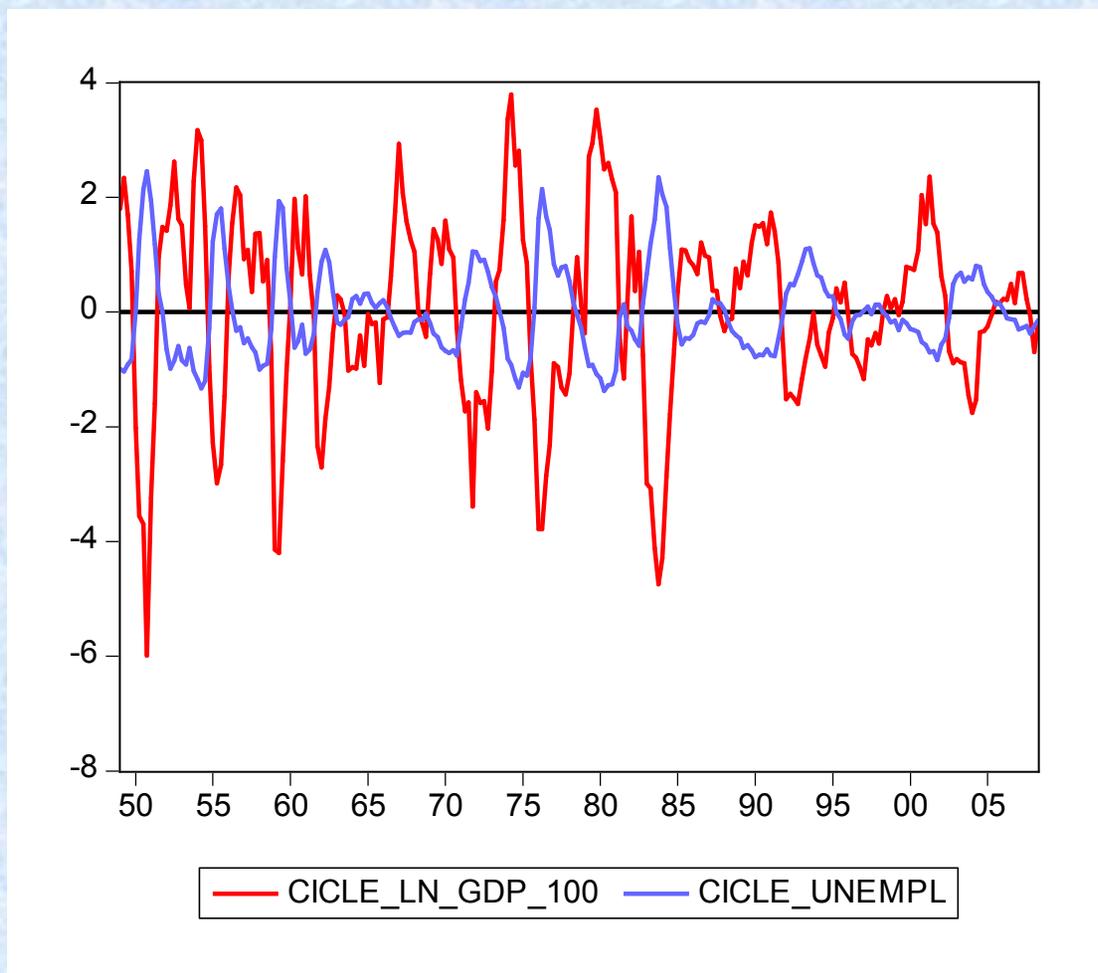
примеры интерпретации  
эконометрического оценивания

$$\delta Y_t = \frac{Y_t - Y_t^*}{Y_t^*} \approx \ln \left( 1 + \frac{Y_t - Y_t^*}{Y_t^*} \right) = \ln \left( \frac{Y_t}{Y_t^*} \right)$$

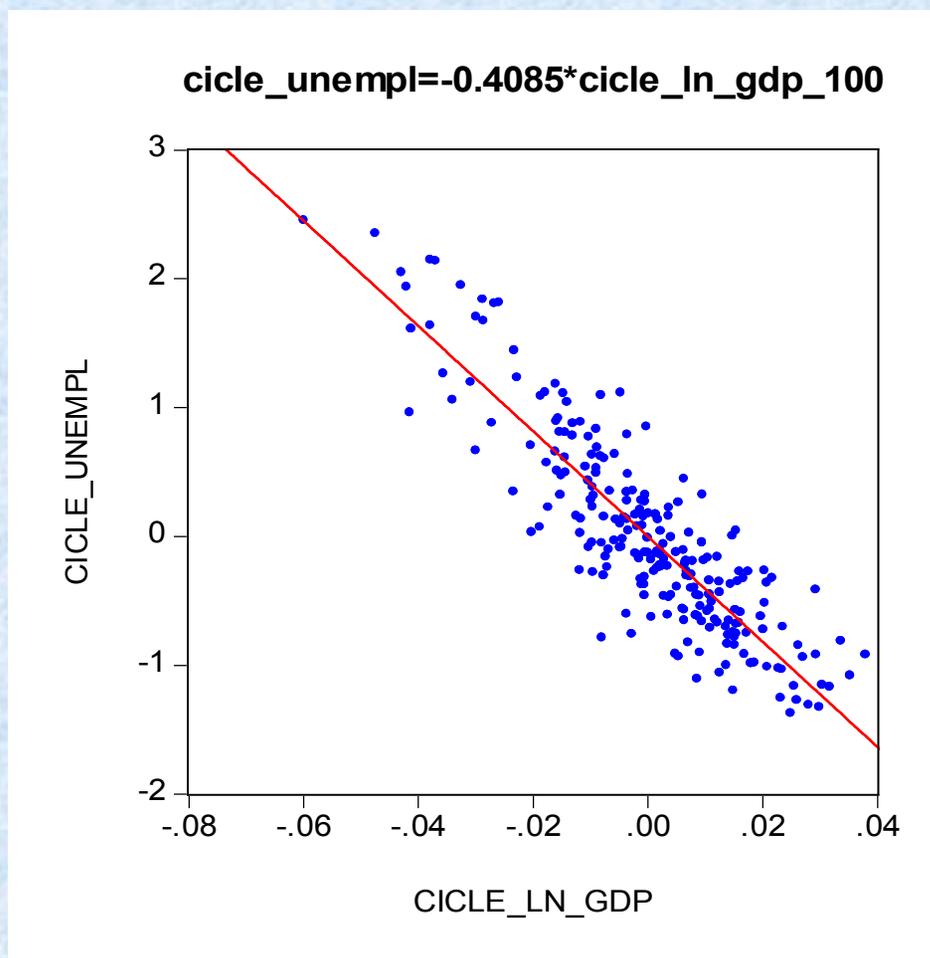
$$\text{cicle\_ln\_gdp\_100} = 100 \cdot \ln \left( \frac{Y_t}{Y_t^*} \right), \quad Y_t^* = \text{Trend\_}Y_t$$

$$\text{cicle\_unempl} = \text{UnemplRate} - \text{Trend\_Unemp}$$

# примеры интерпретации эконометрического оценивания



# примеры интерпретации эконометрического оценивания



**КОНЕЦ ЛЕКЦИИ**